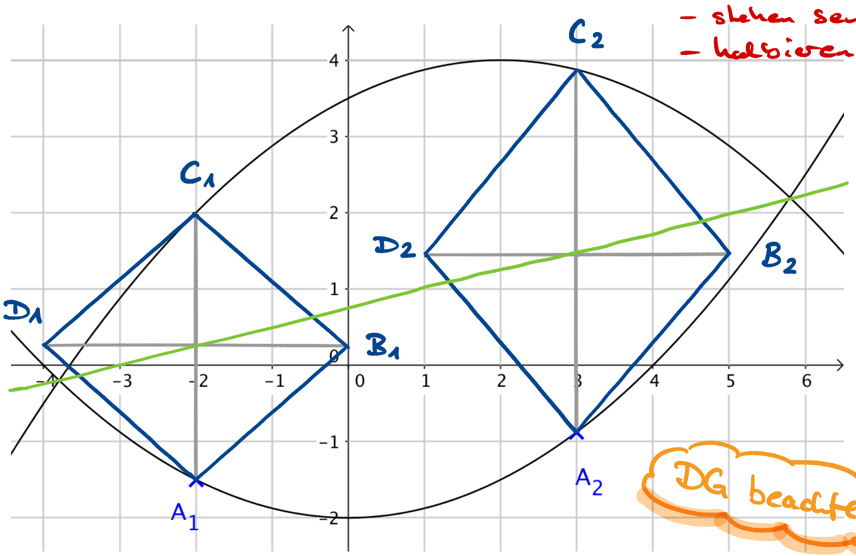
haben den gleichen x-Wert

Aufgabe A2

2.0 Die Punkte A_n $(x|0{,}125x^2 - 2)$ auf der Parabel p_1: $y = 0{,}125x^2 - 2$ und die Punkte C_n auf der Parabel p_2: $y = -0{,}125(x-2)^2 + 4$ haben dieselbe Abszisse x. Zusammen mit Punkten B_n und D_n bilden sie die Eckpunkte von Rauten $A_nB_nC_nD_n$.
Es gilt: $\overline{B_nD_n} = 4$ LE.

Diagonalen von Rauten
- stehen senkrecht
- halbieren sich

2.1 Zeichnen Sie die Rauten $A_1B_1C_1D_1$ für $x = -2$ und $A_2B_2C_2D_2$ für $x = 3$ in nebenstehendes Koordinatensystem ein.



2.2 Geben Sie die allgemeine Form der Parabel p_2 sowie deren Wertemenge und Symmetrieachse an.

$y = -0{,}125(x-2)^2 + 4 = -0{,}125(x^2 - 4x + 4) + 4$
$= -0{,}125x^2 + 0{,}5x + 3{,}5$

$\mathbb{W} =]-\infty; 4]$

Sym: $x = 2$

2.3 Bestätigen Sie durch Rechnung, dass für den Flächeninhalt A der Rauten $A_nB_nC_nD_n$ in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n gilt:
$A(x) = [-0{,}5x^2 + x + 11]$ FE

$\overline{A_nC_n} = y_{oben} - y_{unten} = y_C - y_A = [-0{,}125x^2 + 0{,}5x + 3{,}5 - (0{,}125x^2 - 2)]$ LE
$= [-0{,}25x^2 + 0{,}5x + 5{,}5]$ LE

$A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f = \frac{1}{2} \cdot \overline{A_nC_n} \cdot \overline{B_nD_n} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (-0{,}25x^2 + 0{,}5x + 5{,}5)$ FE
$= [-0{,}5x^2 + x + 11]$ FE

2.4 Die Punkte M_n sind die Schnittpunkte der Diagonalen $[A_nC_n]$ und $[B_nD_n]$ der Rauten $A_nB_nC_nD_n$. Ermitteln Sie die y-Koordinaten der Punkte M_n in Abhängigkeit von der Abszisse x der Punkte A_n.

$y_M = \frac{1}{2} \cdot (y_A + y_C) = \frac{1}{2}(0{,}125x^2 - 2 + (-0{,}125x^2 + 0{,}5x + 3{,}5))$
$= \frac{1}{2}(0{,}125x^2 - 2 - 0{,}125x^2 + 0{,}5x + 3{,}5)$
$y_M = 0{,}25x + 0{,}75$ vgl. Gerade im KoSy

Lösungen

Zusatz:
Bestimmen Sie durch Rechnung die Koordinaten der Schnittpunkte S und R der Parabeln p_1 und p_2.

Zusatz:
Unter den Rauten $A_nB_nC_nD_n$ besitzt die Raute $A_0B_0C_0D_0$ einen extremalen Flächeninhalt. Bestimmen Sie den Flächeninhalt der Raute $A_0B_0C_0D_0$ und den zugehörigen Wert für x mithilfe der Formel.

Zusatz 1: $p_1: \; y = 0{,}125x^2 - 2$

$p_2: \; y = -0{,}125x^2 + 0{,}5x + 3{,}5$

Es bietet sich an, hier p_2 in

der allgemeinen Form zu verwenden

$p_1 \cap p_2: \quad 0{,}125x^2 - 2 = -0{,}125x^2 + 0{,}5x + 3{,}5$

$$0{,}25x^2 - 0{,}5x - 5{,}5 = 0$$

$a = 0{,}25 \qquad D = b^2 - 4ac$

$b = -0{,}5 \qquad = (-0{,}5)^2 - 4 \cdot 0{,}25 \cdot (-5{,}5) = 5{,}75$

$c = -5{,}5 \qquad D > 0 \Rightarrow$ zwei Lösungen

$$x_{1,2} = \frac{-(-0{,}5) \pm \sqrt{5{,}75}}{2 \cdot 0{,}25}$$

p_1 ist hier einfacher

$x_1 = -3{,}80 \qquad y_1 = 0{,}125(-3{,}80)^2 - 2$

$= -0{,}20 \qquad \underline{\underline{S_1(-3{,}80/-0{,}20)}}$

$x_2 = 5{,}80 \qquad y_2 = 2{,}21 \qquad \underline{\underline{S_2(5{,}80/2{,}21)}}$

am Schluß nochmal die Koord. angeben

Zusatz 2: $A(x) = [-0{,}5x^2 + x + 11]$ FE

$a = -0{,}5 \qquad x = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2 \cdot (-0{,}5)} = 1$

$b = +1$

$c = +11 \qquad A_{max} = c - \frac{b^2}{4a} = 11 - \frac{1^2}{4 \cdot (-0{,}5)} = 11{,}5$

$\Rightarrow \underline{\underline{A_{max} = 11{,}5 \text{ FE}}}$ für $\underline{\underline{x = 1}}$